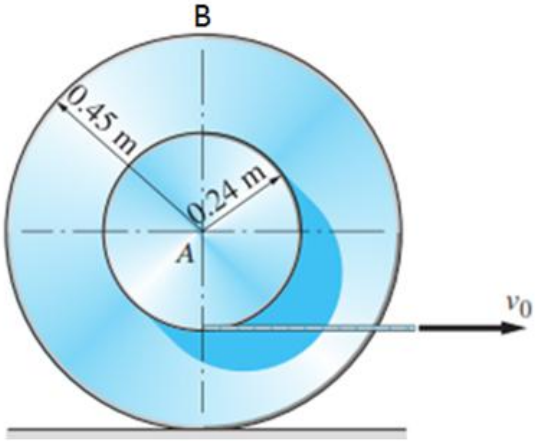
Exercice 1

Le système illustré sur la figure est constitué de deux roues intégrées. Une corde enroulée autour de la roue intérieure est tirée par son bout vers la droite à une vitesse v_0 =0,7 m/s. En supposant que la roue roule sans glisser calculer :

a) la vitesse angulaire de la roue
b) la vitesse et l'accélération du point B de la roue à l'instant représenté sur la figure

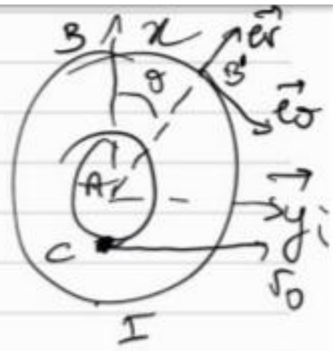


$\vec V(I) = 0 = \vec V(C) + \omega\vec k \wedge \vec{CI} = 0$

$= v_0\vec y - \omega\vec k \wedge (-(R-r)\vec x)$

$= (v_0 - \omega(R-r))\vec y = 0$

$\to \omega = \frac{v_0}{R-r}$



$\vec V(B) = \vec V(I) + \omega\vec k \wedge \vec{IB}$

$= 0 + \omega\vec k \wedge (2R\vec x)$

$= 2R\omega\vec y$

$\vec V(B') = \vec V(I) + \omega\vec k \wedge \vec{IB'} = 0 + \omega\vec k \wedge (R\vec x + R\vec e_r)$

$= R\omega\vec y + R\omega\vec e_\theta$

$\to \vec\gamma(B') = 0 - R\omega^2\vec e_r$

qd B' est en B $\to \vec e_r = \vec x$

$\to \vec\gamma(B) = -R\omega^2\vec x$

ou $\vec\gamma(B) = \vec\gamma(A) + \frac{d\vec\Omega}{dt}\wedge\vec{AB} + \vec\Omega\wedge(\vec\Omega\wedge\vec{AB})$

$= 0 + 0 + \omega\vec k \wedge (\omega\vec k \wedge R\vec x)$

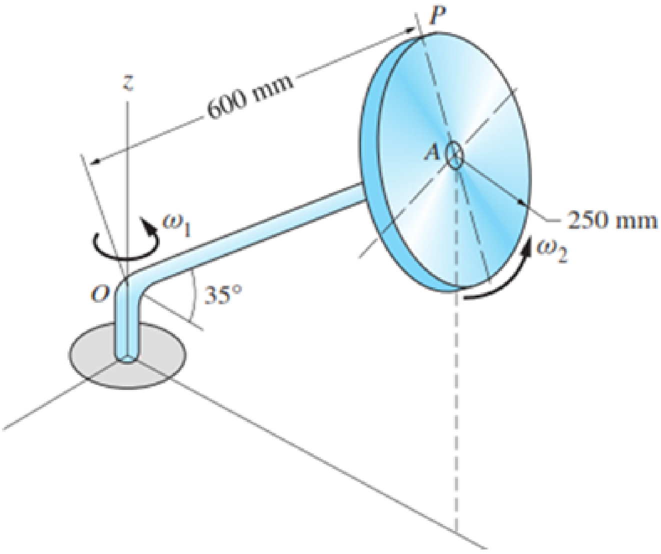
$= -\omega^2 R\vec x$

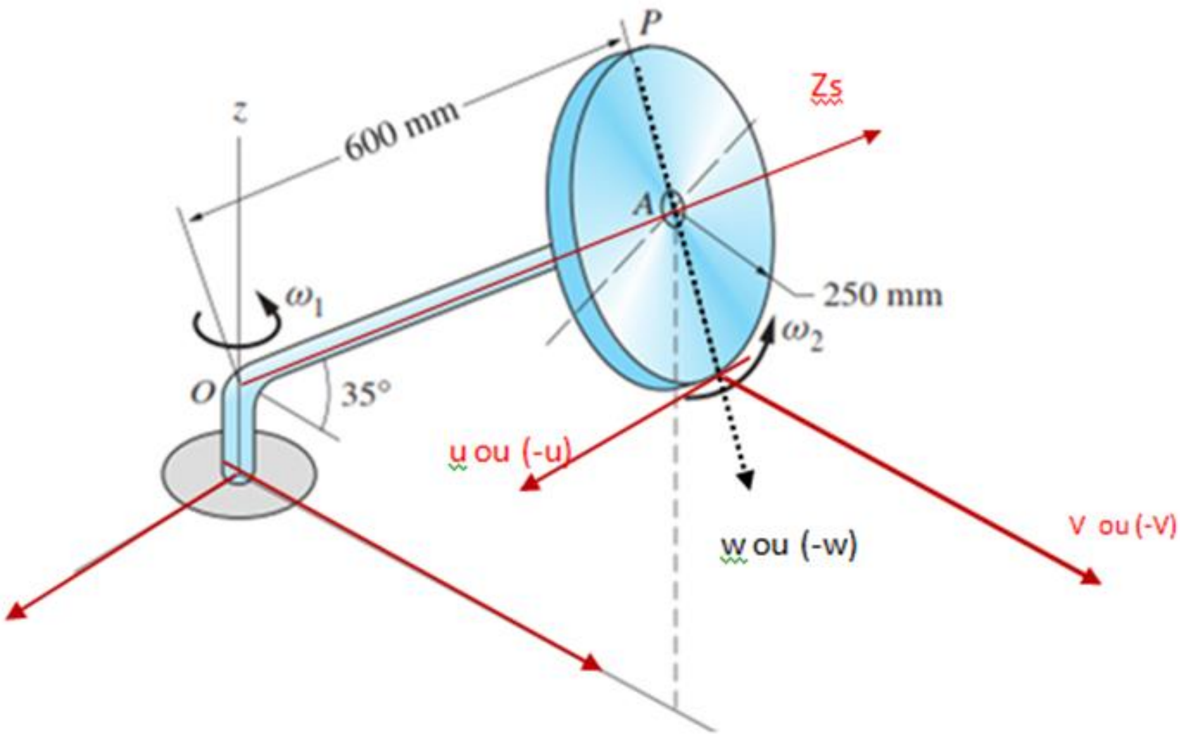
Attention $\vec\gamma(C \in S) \neq 0 \to \vec\gamma(C) = \vec\gamma_n(C)$

Exercice 2

Le disque de masse $m=2kg$ tourne autour du bras OA avec une vitesse angulaire $\omega_2 = 6rad/s$, dans la position indiquée sur la figure. Le bras a une vitesse angulaire $\omega_1 = 4rad/s$ et une accélération angulaire $\dot{\omega}_1 = -15\ rad/s^2$

a) Dans cette position tracer les axes d'Euler u, v, w et z_s
b) Calculer le vecteur rotation angulaire du disque dans la base u, w, z_s
c) Calculer le vecteur accélération angulaire du disque
d) Calculer la vitesse du point P le plus haut du disque
e) Donner le tenseur d'inertie du disque au point A dans la base (u, w, z_s)
f) Calculer le moment cinétique au point A du disque



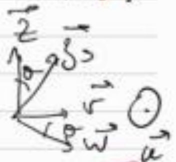


Ex3 / 30pts

a) voir figure $\theta = 55°$

b) $\vec{\Omega} = \omega_1 \vec{z} + \omega_2 \vec{z_s}$

$= \vec{z_s}\,(\omega_2 + \omega_1 \cos\theta - \omega_2 \sin\theta\, \vec{w}$



c) $\dot{\vec{\Omega}} = -\dot{\omega}_1 \vec{z} + \omega_2 (\omega_1 \vec{z} \wedge \vec{z_s})$

$= -\dot{\omega}_1 \vec{z} - \omega_2 \omega_1 \sin\theta\, \vec{u}$

d) $\vec{v}(P) = \vec{v}(O) + \vec{\Omega} \wedge \vec{OP} = 0 + (\omega_1 \vec{z} + \omega_2 \vec{z_s}) \wedge (l \vec{z_s} - r\vec{w})$

$= -\omega_1 l \sin\theta\, \vec{u} + \omega_1 r \vec{u} \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) + \omega_2 r \vec{u}$

$= \vec{u}\left(-l\omega_1 \sin\theta + r\omega_2 + r\omega_1 \cos\theta\right)$

Attention → $\vec{v}(P) \neq \frac{d}{dt}(l\vec{z_s} - r\vec{w})$

↑ $\vec{w}$ ne tourne pas / $\vec{z_s}$

e) $J_A \begin{pmatrix} \frac{mr^2}{4} & & \\ & \frac{mr^2}{4} & \\ & & \frac{mr^2}{2} \end{pmatrix}_{uwz_s}$

f) $\vec{\sigma}_A = J_A \vec{\Omega}$

$= \frac{mr^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_2 \sin\theta \\ \omega_1 + \omega_2 \cos\theta \end{pmatrix}_{uwz_s}$

$= \frac{mr^2}{4}\left[-\omega_2 \sin\theta\, \vec{w} + 2(\omega_1 + \omega_2 \cos\theta)\vec{z_s}\right]$