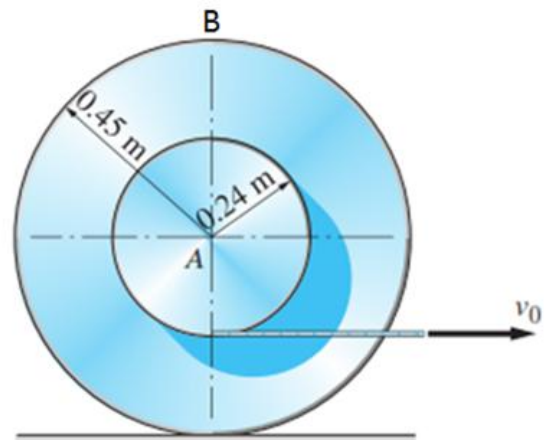


Exercice 1

Le système illustré sur la figure est constitué de deux roues intégrées. Une corde enroulée autour de la roue intérieure est tirée par son bout vers la droite à une vitesse $v_0 = 0,7 \text{ m/s}$. En supposant que la roue roule sans glisser calculer :

- la vitesse angulaire de la roue
- la vitesse et l'accélération du point B de la roue à l'instant représenté sur la figure



$$\begin{aligned} \vec{V}(I) &= 0 = \vec{V}(A) + \vec{\omega} \wedge \vec{CI} = 0 \\ &= v_0 \vec{y} + \vec{\omega} \wedge (R - r) \vec{x} \\ &= (v_0 - \omega(R - r)) \vec{y} = 0 \\ \rightarrow \omega &= \frac{v_0}{R - r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}(B) &= \vec{V}(I) + \vec{\omega} \wedge \vec{IB} \\ &= 0 + \vec{\omega} \wedge (2R) \vec{x} \\ &= 2R\omega \vec{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{J}(B) &= \vec{J}(I) + \vec{\omega} \wedge \vec{IB} = 0 + \vec{\omega} \wedge (R\vec{x} + R\vec{e}_r) \\ &= R\omega \vec{y} + R\omega \vec{e}_\theta \\ \rightarrow \vec{J}(B) &= 0 - R\omega^2 \vec{e}_r \\ \text{qd } B' \text{ est en } B \rightarrow \vec{e}_r &= \vec{x} \\ \rightarrow \vec{J}(B) &= -R\omega^2 \vec{x} \end{aligned}$$

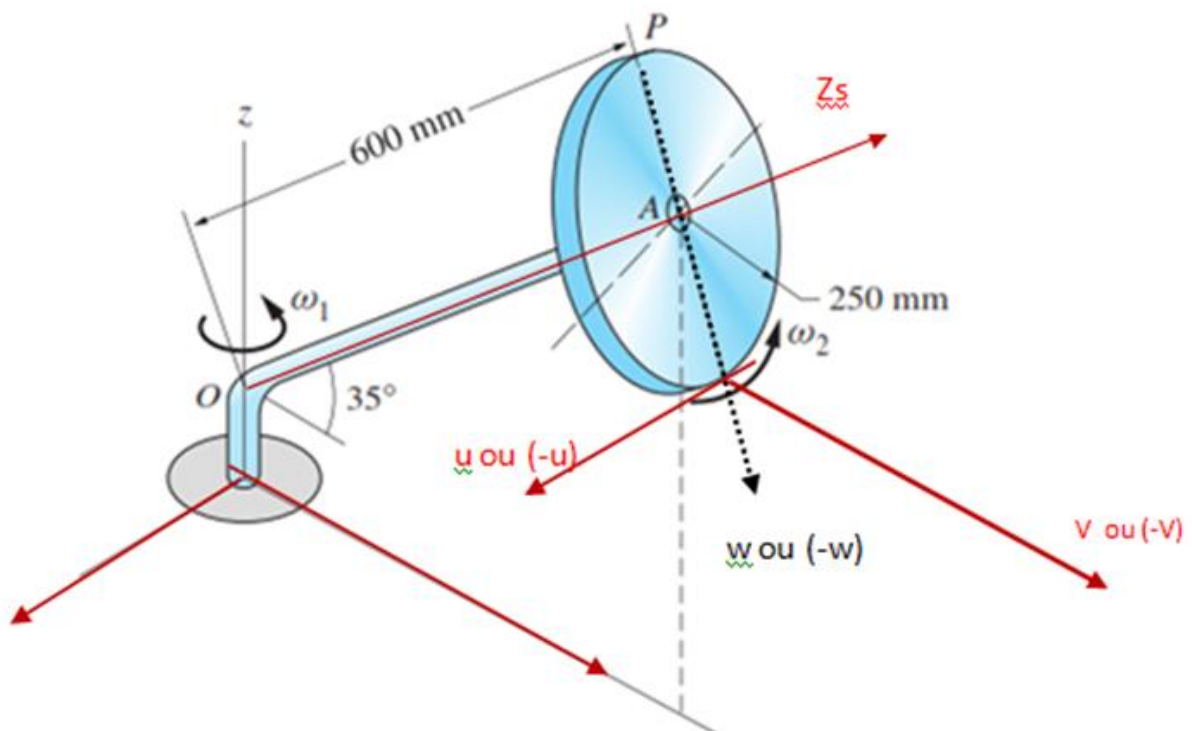
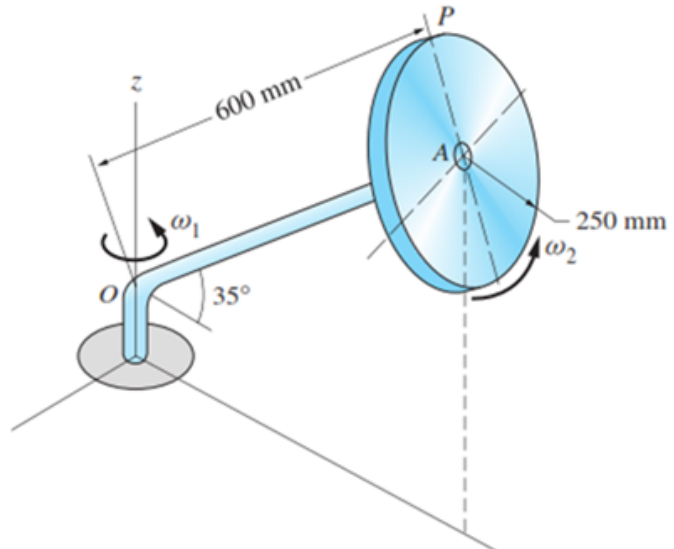
$$\begin{aligned} \text{ou } \vec{J}(B) &= \vec{J}(A) + \vec{\omega} \wedge \vec{AB} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{AB}) \\ &= 0 + 0 + \vec{\omega} \wedge (\omega \vec{k} \wedge R\vec{x}) \\ &= -\omega^2 R \vec{x} \end{aligned}$$

Attention $\vec{J}(C) \neq 0 \rightarrow \vec{J}(C) = \vec{J}(C)$

Exercice 2

Le disque de masse $m=2\text{kg}$ tourne autour du bras OA avec une vitesse angulaire $\omega_2 = 6\text{rad/s}$, dans la position indiquée sur la figure. Le bras a une vitesse angulaire $\omega_1 = 4\text{rad/s}$ et une accélération angulaire $\dot{\omega}_1 = -15\text{rad/s}^2$

- Dans cette position tracer les axes d'Euler u, v, w et z_s
- Calculer le vecteur rotation angulaire du disque dans la base u, w, z_s
- Calculer le vecteur accélération angulaire du disque
- Calculer la vitesse du point P le plus haut du disque
- Donner le tenseur d'inertie du disque au point A dans la base (u, w, z_s)
- Calculer le moment cinétique au point A du disque

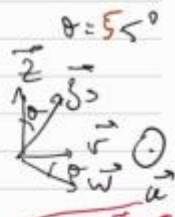


Ex 3 / 30pts

a) von figure

$$b) \vec{\omega} = \omega_1 \vec{z} + \omega_2 \vec{z}_s$$

$$= \vec{z}_s (\omega_1 + \omega_2 \cos \theta) - \omega_2 \sin \theta \vec{u}$$



$$c) \vec{\omega} = -\dot{\omega}_1 \vec{z} + \omega_2 (\omega_1 \vec{z} + \vec{z}_s)$$

$$= -\dot{\omega}_1 \vec{z} - \omega_2 \omega_1 \sin \theta \vec{u}$$



$$d) \vec{v}(P) = \vec{v}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OP} = 0 + (\omega_1 \vec{z} + \omega_2 \vec{z}_s) \wedge (l \vec{z}_s - r \vec{u})$$

$$= r \omega_1 \sin \theta \vec{u} + \omega_2 r \vec{u} \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) + 2 \omega_1 r \vec{u}$$

$$= \vec{v}(-l \omega_1 \sin \theta + r \omega_2 + 2r \omega_1 \cos \theta)$$

Attention $\rightarrow \vec{v}(P) \neq \frac{d}{dt} (l \vec{z}_s - r \vec{u})$
 \uparrow $\vec{\omega}$ ne tourne pas \vec{z}_s

$$e) J_A = \begin{pmatrix} \frac{m r^2}{4} & & \\ & \frac{m r^2}{4} & \\ m r z_s & & \frac{m l^2}{a} \end{pmatrix}$$

$$f) \vec{v}_A = J_A \vec{\omega}$$

$$= \frac{m r^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_2 \sin \theta \\ \omega_1 + \omega_2 \cos \theta \end{pmatrix} \omega_2 \vec{z}_s$$

$$= \frac{m r^2}{4} \left[-\omega_2 \sin \theta \vec{z}_s + 2(\omega_1 + \omega_2 \cos \theta) \vec{z}_s \right]$$