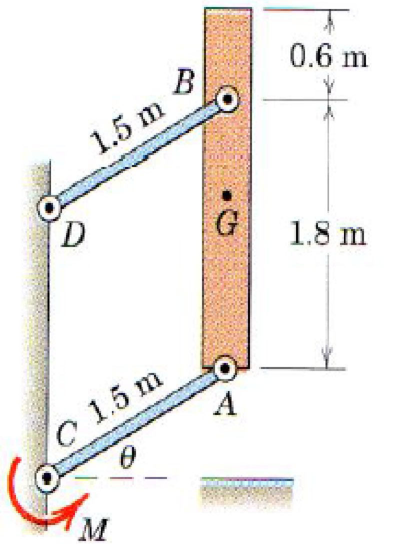
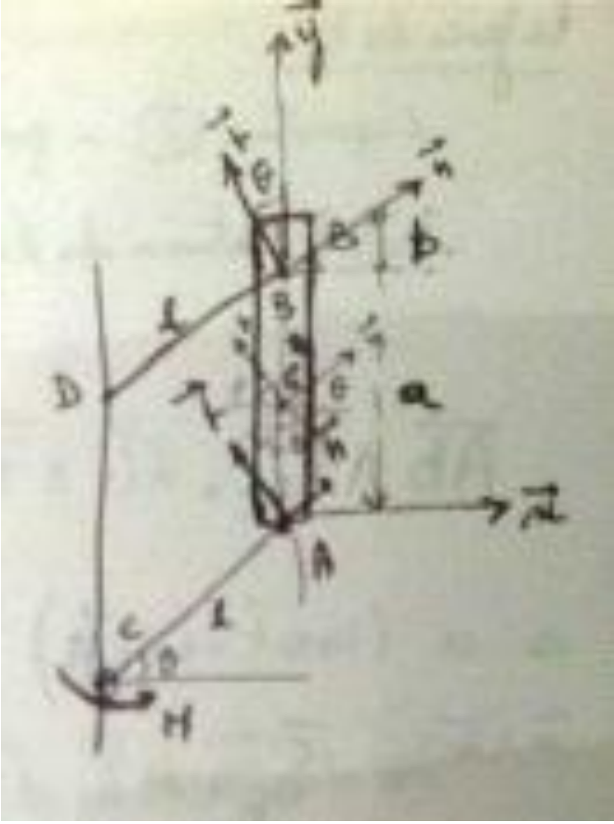
EXERCICE 2

Exercice 2 (Meriam, J.L., Kraige, L.G., Engineering mechanics: Dynamics, sixth edition, Jonh wiley & sons, inc. page 431). Traduction libre

La barre verticale AB à une masse de *150kg* avec un centre de masse G à mi chemin entre les deux extrémités. La barre est élevée à partir d'une position de repos à $\theta = 0$ avec des liaisons parallèles de masse négligeable et un couple $M = 5KN.m$ appliqué en C. Déterminer l'accélération angulaire α des liaisons en fonction de θ et trouver la force en B dans la liaison DB à l'instant correspondant à $\theta = 30°$.





<u>Barre BD</u>

$$\vec{F}_D + \vec{F}_B = 0$$

$$\vec{DB} \wedge \vec{F}_B = DB\, F_B^t = 0 \quad (\text{car B et [illegible]})$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} F_B^t = 0 = F_D^t \\ \text{et } F_D^n = -F_B^n \end{array}}$$

<u>Barre CA</u>

$$\vec{F}_C + \vec{F}_A = 0$$

$$M\vec{z} + \vec{CA} \wedge \vec{F}_A = 0 \Rightarrow M\vec{z} + \ell F_A^t = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} F_A^t = -M/\ell = -F_C^t \\ F_C^n = -F_A^n \end{array}}$$

Barre AB.

$$-\vec{F}_A - \vec{F}_B + mg\vec{y} = m\vec{\gamma}_G \quad (1) \qquad \vec{\gamma}_G = \vec{\gamma}_A = \begin{pmatrix} l\ddot{\theta} \\ l\dot{\theta}^2 \end{pmatrix}$$

projection sur la tangentielle

$$\boxed{M/l - mg\cos\theta = ml\ddot{\theta}} \quad \Rightarrow \ddot{\theta} = f(\theta) \quad \Rightarrow \ddot{\theta} = 9{,}1462$$

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{M}{ml^2} - g/l\cos\theta}$$

en utilisant la relation $\ddot{\theta}\,d\theta = \dot{\theta}\,d\dot{\theta}$

$$\Rightarrow \int_0^{\theta_0} \left(\frac{M}{ml^2} - \frac{g}{l}\cos\theta\right) d\theta = \int_0^{\omega} \dot{\theta}\,d\dot{\theta}$$

$$\left[\frac{M}{ml^2}\theta - \frac{g}{l}\sin\theta\right]_0^{\theta_0} = \frac{1}{2}\omega_0^2 = \frac{M}{ml^2}\theta_0 - g/l\sin\theta_0$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 = 8{,}57 \text{ rad/s}$$

La force en B.

l'équation ① en projection sur $\vec{n}$ ne donne rien.

$\Rightarrow$ Équation du moment en A / pour éviter F_A^n.

$$\vec{AB} \wedge \vec{F_B} + \vec{AG} \wedge \vec{P} = a\vec{y} \wedge (-F_B \vec{n} + -F_B \vec{t}) = \delta_A$$

$$\Rightarrow a\,(\cos\theta\,\vec{t} + \sin\theta\,\vec{y}) \wedge -F_B^n \vec{n} = \delta A = a\,F_B^n \cos\theta\,\vec{z} = \delta A$$

$$\vec{\delta}_A = \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{\vec{\delta}_G} + m\vec{\gamma}_G \wedge \vec{GA} = m\,(\gamma_G^n \vec{n} + \gamma_G^t \vec{t}) \wedge \left(-\frac{L}{2}\right)(\cos\theta\,\vec{t} + \sin\theta\,\vec{y})$$

$GA = \frac{L}{2}$.

$$= -m\frac{L}{2}\gamma_G^n \cos\theta\,\vec{z} + m\frac{L}{2}\gamma_G^t \sin\theta\,\vec{z}$$

$$\Rightarrow \quad a\,F_B^n \cos\theta = \frac{mL}{2}\gamma_G^t \sin\theta - \frac{mL}{2}\gamma_G^n \cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{F_B^n = 2{,}14\ kN}$$