CHAPITRE 4
DYNAMIQUE DES SYSTEMES MATERIELS

I. MODELISATION DES ACTIONS MECANIQUES AGISSANT SUR UN SYSTEME MATERIEL

L'objectif de ce chapitre est l'écriture du principe *fondamental de la dynamique*. Pour cela, nous aborderons la notion de torseur d'action afin de déterminer le torseur d'efforts extérieurs nécessaire pour l'écriture du principe fondamental. Il nous faut d'abord examiner le concept de force ou plus globalement le concept *d'effort* exercé sur un système matériel. On parle, en général, de force quand il s'agit d'un point matériel et d'un effort quand il s'agit d'un solide. On peut comprendre qu'un effort est l'ensemble d'une force et d'un moment.

I.1 Définition :

Action mécanique : toute cause qui a pour effet de maintenir au repos, de modifier l'état du repos ou de mouvement d'un système matériel ou d'une partie du système.

** Exemple d'actions mécanique :*
- l'action de la pesanteur provoque la chute de la pomme de Newton
- le soleil dévie la trajectoire rectiligne de la terre
- l'écoulement de l'eau est arrêté par la présence de la paroi du barrage …

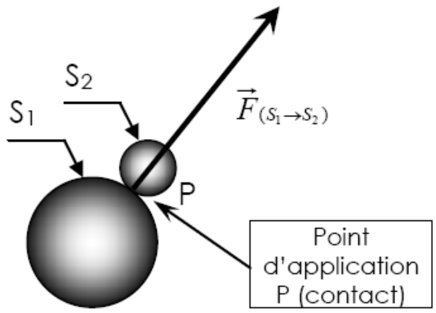
On appelle ***force***, l'interaction mécanique (d'attraction ou de répulsion) qui s'exerce entre deux corps (pas obligatoirement en contact). Elle peut être susceptible de maintenir un corps au repos, de créer, de maintenir ou de modifier un mouvement, de déformer ce corps.
Une force s'applique en un **point**. L'action mécanique exercée par une force sur une pièce dépend de :

• l'**intensité de la force**,
• du **sens de la force**,
• la **direction de la force,**

L'entité mathématique « **Vecteur** » est, lui, aussi caractérisé par sa Norme, sa Direction et son Sens.

Une force sera donc modélisée par un vecteur, associé à un **Point d'application.**

Une force est dite « de contact » si elle résulte d'une liaison mécanique.



I.2 Classification des actions mécaniques

Les actions mécaniques qui s'exercent sur un système mécanique $(\mathcal{S})$ sont de deux catégories :

- *Les actions extérieures* : ce type d'efforts s'exercent par l'extérieur à $(\mathcal{S})$
- *Les actions intérieures* : ce type d'efforts représentent les interactions entre les parties constituant le système. Il correspond aux efforts de cohésion ou de liaison.

On peut de même classer les actions mécaniques extérieures selon leur mode d'action et leur nature. On distingue ainsi :

- Les actions mécaniques qui s'exercent à distance telle l'action de la pesanteur ou d'une façon générale les forces gravitationnelles, l'action d'un champ magnétique.
- Les actions mécaniques de contact (ou de liaison) telle l'action de l'eau sur une paroi de barrage (force de pression)

Les deux types d'actions peuvent s'exercer sous forme d'action ponctuelle, c'est-à-dire en un point de l'espace. Cette hypothèse est physiquement difficile à réaliser. On modélise cependant souvent des forces s'appliquant en un point du système par un vecteur force appliquée en ce point. Ce mode d'action est alors associé à un vecteur lié et donc sa représentation peut être faite, comme nous l'avons vu dans le cours sur les torseurs, à l'aide de glisseur.

L'ensemble des actions évoquées précédemment sont modélisées par des torseurs associés à des densités de force (sauf pour ce qui est de la force ponctuelle).

Nous allons successivement examiner les actions mécaniques à densité volumique de force puis surfacique ou linéique.

I.3 Action mécanique à densité volumique de force (efforts à distance).

Considérons un système matériel$(\mathcal{S})$ continu occupant un volume $(\mathcal{D})$ de l'espace à trois dimensions. Chaque élément de volume dv autour *d'un point courant P* peut être sollicité par une force :

$$\overrightarrow{dF} = \vec{f}(P)dv \qquad ; \qquad f \; en \; N/m^3$$

Nous avons donc un glisseur associé au vecteur lié $\left(P, \overrightarrow{dF}\right)$.

On peut en déduire la densité de force volumique $\vec{f}$:

$$\vec{f}(P) = \frac{\overrightarrow{dF}}{dv}$$

En mécanique des milieux continus, on se ramène à des grandeurs locales et l'on écrit :

$$\vec{f}(P) = \lim_{dv \to 0} \frac{\overrightarrow{dF}}{dv}$$

L'ensemble de ces forces appliquées sur chaque élément de volume entourant le point courant P constitue un ensemble de glisseurs associés aux vecteurs liés $\left(P, \overrightarrow{dF}\right)$. L'ensemble de ces glisseurs constituent un torseur d'efforts extérieurs dont les éléments de réduction sont :

$$\left[\mathcal{A}_d\left(ext \to (\mathcal{S})\right)\right] = \begin{bmatrix} \vec{\mathcal{F}}_d \\ \overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{M}}}_O \end{bmatrix}$$

Où la résultante $\vec{\mathcal{F}}$ est définie par:

$$\vec{\mathcal{F}}_d = \iiint_{P \in \mathcal{D}} \vec{f}(P)dv$$

Et le moment en un point quelconque A est défini par :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{M}}}_{dA} = \iiint_{P \in \mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{f} dv$$

Remarque : On peut facilement vérifier que cet ensemble de vecteur est bien un torseur. Il suffit pour cela d'écrire cette formulation en passant par un point B quelconque :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{M}}}_B = \iiint_{P \in \mathcal{D}} \overrightarrow{BP} \wedge \vec{f} dv = \iiint_{P \in \mathcal{D}} \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP}\right) \wedge \vec{f} dv = \overrightarrow{BA} \wedge \iiint_{P \in \mathcal{D}} \vec{f} dv + \iiint_{P \in \mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{f} dv$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{M}}}_B = \overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{M}}}_A + \vec{R} \wedge \overrightarrow{AB}$$

On se retrouve bien avec la forme d'un champ antisymétrique.

Exemple particulier : Champ de pesanteur uniforme.

La pesanteur terrestre agit sur l'ensemble des milieux matériels par l'intermédiaire d'une force à distance qui agit sur l'ensemble du milieu et donc sur le volume de matière constituant le milieu en question. Nous avons donc une action à densité volumique. Chaque élément de volume est de ce fait soumis à une force de la forme :

$$\overrightarrow{dF} = \vec{f}(P)dv = \rho\vec{g}dv$$

Le torseur ainsi constitué pour tout le volume a pour résultante :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\rho\vec{g}) = \overrightarrow{\mathcal{M}}_G + \vec{P} \wedge \overrightarrow{GA} \qquad ; \ \vec{P} = m\vec{g}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_G(\rho\vec{g}) = \iiint_{P\in\mathcal{D}} \overrightarrow{GP} \wedge \rho\vec{g}dv = \iiint_{P\in\mathcal{D}} \overrightarrow{GP}dv \wedge \rho\vec{g} = \vec{0}$$

Soit donc :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\rho\vec{g}) = m\vec{g} \wedge \overrightarrow{GA} \qquad \forall A$$

Qui constitue un glisseur $(G, m\vec{g})$

I.4 Action mécanique à densité surfacique de force (efforts à distance).

Les efforts de contacts sont caractérisés par une densité de force surfaciques $\vec{T}$ exercée sur la frontière $(\partial\mathcal{D})$ du système matériel (postulat de Cauchy). Chaque élément de surface dS autour *d'un point courant* P peut être sollicité par une force :

$$\overrightarrow{dF} = \vec{T}(P)dS \qquad ; \qquad T \ en \frac{N}{m^2} \ \text{ équivalent à une pression}$$

$$\vec{T}(P) = \lim_{dS\to 0} \frac{\overrightarrow{dF}}{dS}$$

L'ensemble de ces forces appliquées sur chaque élément de surface entourant le point courant P constitue un ensemble de glisseurs associés aux vecteurs liés $(P, \overrightarrow{dF})$. L'ensemble de ces glisseurs constituent un torseur d'efforts extérieurs dont les éléments de réduction sont :

$$[\mathcal{A}_C(ext \to (\mathcal{S}))]_A = \begin{bmatrix} \vec{R}_C \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_A \end{bmatrix}$$

Où la résultante $\vec{R}$ est définie par:

$$\vec{R}_C = \iint_{P\in\partial\mathcal{D}} \vec{T}(P)dS$$

Et le moment en un point quelconque O est défini par :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{CA} = \iint_{P\in\partial\mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{T}(P)dS$$

Le torseur des actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur un système mécanique est donc défini comme suit :

$$[\mathcal{A}(ext \to (\mathcal{S}))]_A = [\mathcal{A}_C(ext \to (\mathcal{S}))]_A + [\mathcal{A}_d(ext \to (\mathcal{S}))]_A = \begin{bmatrix} \vec{\mathcal{F}} = \iint_{P\in\partial\mathcal{D}} \vec{T}(P)dS + \iiint_{P\in\mathcal{D}} \vec{f}(P)dv \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_A = \iint_{P\in\partial\mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{T}(P)dS + \iiint_{P\in\mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{f}dv \end{bmatrix}$$

Remarque : en général ; les efforts à distance sont souvent connus, donc considérés comme des données du problème. Par contre, les forces de contact sont souvent inconnues et complexes, elles dépendent de la structure microscopique, l'état de surface, des surfaces en contact. Ce qui augmente le nombre d'inconnues du problème.

Dans un cas plus général, l'action de l'extérieure sur un système mécanique peut être schématisé comme suit :

$$\left[\mathcal{A}(ext \to (\mathcal{S}))\right]_A = \begin{bmatrix} \vec{\mathcal{F}} = \sum \vec{F}_{ext} = \sum_i (Q_i, \vec{F}_i) + \iint_{P\in\partial\mathcal{D}} \vec{T}(P)dS + \iiint_{P\in\mathcal{D}} \vec{f}(P)dv \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_O(\vec{F}_{ext}) = \sum_i \overrightarrow{AQ}_i \wedge \vec{F}_i + \sum \vec{\mathcal{C}}_i + \iint_{P\in\partial\mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{T}(P)dS + \iiint_{P\in\mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{f}dv \end{bmatrix}$$

I.5 Actions de contact, lois de Coulomb

Les lois de Coulomb introduisent les frottements de glissement entre solides. Elles sont déterminées expérimentalement.

Le torseur des actions de contact entre solide $\mathcal{S}_2$ et un autre solide $\mathcal{S}_1$ peut être schématisé par une résultante $\vec{R}$ appelée réaction eu moment. La réaction $\vec{R}$ d'un solide $\mathcal{S}_1$ sur un solide $\mathcal{S}_2$ est décomposée en une composante normale $\vec{R}_N$ au plan de contact et une composante tangentielle $\vec{R}_T$ (« appelée aussi force de frottement ») contenue dans le plan de contact.

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$$

De même le moment peut être décomposé en un composante $\overrightarrow{\mathcal{M}}_N$ normale au plan de contact appelé moment de résistance au pivotement ; et une composante tangentielle $\overrightarrow{\mathcal{M}}_T$ contenu dans le plan de contact appelée moment de résistance au

$$\overrightarrow{\mathcal{M}} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_N + \overrightarrow{\mathcal{M}}_T$$

a. Réaction normale

La réaction normale est toujours dirigée vers le solide auquel elle est appliquée (tjrs répulsive). Elle ne dépend ni de la nature des surfaces en contact ni de la vitesse de glissement entre les deux solides. Elle disparait lorsque cesse le contact.

b. Réaction tangentielle

En ce qui concerne la réaction tangentielle, il faut considérer deux cas :

<u>Glissement non nul</u> :

Dans ce cas, la réaction tangentielle $\vec{R}_T$ est colinéaire à la vitesse de glissement $\vec{V}_g(\mathcal{S}_2/\,\mathcal{S}_1)$ du solide $\mathcal{S}_2$ par rapport au solide $\mathcal{S}_1$ et de sens opposé.

Pour une vitesse de glissement fixe, la norme de la force tangentielle (ou force de frottement) est proportionnelle à la norme de la réaction normale (loi de Coulomb en phase de glissement) :

$$\|\vec{R}_T\| = f\|\vec{R}_N\|$$

où f est le coefficient de frottement de glissement dépendant de la nature de l'état des surfaces en contact, donc dépend de la nature des matériaux mis en contact.

on peut écrire que :

$$f = tg\varphi = \frac{\|\vec{R}_T\|}{\|\vec{R}_N\|} \quad \text{où } \varphi \text{ est l'angle de frottement}$$

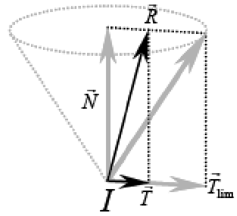
Souvent, le coefficient de frottement est pratiquement indépendant de la vitesse de glissement

Pas de glissement:

L'expérience montre qu'il n'y a pas glissement tant que :

$$\|\vec{R}_T\| \le f\|\vec{R}_N\|$$

Géométriquement, il n'y a pas de glissement tant que la réaction $\vec{R}$ est située à l'intérieur du con de frottement.



II. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE POUR UN SYSTEME MATERIEL DANS UN REPERE GALILEEN

Ce principe correspond à la généralisation des lois de Newton pour un système matériel possédant une dimension (dans ce cas la matrice d'inertie n'est pas nulle)

Enoncé : Dans un repère Galiléen, le torseur des efforts extérieurs s'exerçant sur un système matériel est égal au torseur dynamique.

$$\left[\mathcal{A}_C\left(\vec{F}_{ext} \to (\mathcal{S})\right)\right]_A = [\mathcal{D}]_A \qquad \forall A$$

II.1. THEOREME DE LA RESULTANTE DYNAMIQUE

Dans un repère Galiléen $\mathcal{R}$, L'égalité des résultantes des deux torseurs se traduit par :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{dt} = m\vec{\gamma}(G/\mathcal{R})$$

Ce théorème décrit les mouvements de translation du système matériel par rapport à un repère galiléen.

II.2. THEOREME DU MOMENT DYNAMIQUE

Dans un repère Galiléen $\mathcal{R}$, L'égalité des moments des deux torseurs se traduit par :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ext}) = \vec{\delta}_A(\mathcal{S}/\mathcal{R})$$

Ce théorème décrit les mouvements de rotation du système matériel autour du point. Ce point A sera choisi de façon à avoir un calcul simple du moment dynamique ou de façon à annuler le moment d'une force qu'on ne désire pas déterminer.

Si l'on exprime les torseurs en un point fixes A par rapport un repère galiléen, on a alors :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ext}) = \vec{\delta}_A(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \frac{d\vec{\sigma}_A(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{dt}$$

De même au centre de masse G on a :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_G(\vec{F}_{ext}) = \vec{\delta}_G(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \frac{d\vec{\sigma}_G(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{dt}$$

Pour un point quelconque A :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ext}) = \vec{\delta}_A(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \frac{d\vec{\sigma}_A(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{dt} + m\vec{V}(A/\mathcal{R}) \wedge \vec{V}(G/\mathcal{R})$$

II.3. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

Lorsque le solide est en équilibre, le principe fondamental de la dynamique est plutôt appelé le principe fondamental de la statique et le torseur des forces extérieures s'appliquant sur le solide est dans ce cas est nul.

$$[\mathcal{A}(ext \rightarrow (\mathcal{S}))]_A = \begin{bmatrix} \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}\left(\vec{F}_{ext} \rightarrow (\mathcal{S})\right) = \vec{0} \end{bmatrix}_A \qquad \forall A$$

II.4. ISOLEMENT D'UN SOLIDE

Pour identifier les forces s'exerçant sur un solide, il faut tout d'abord *isoler* ce solide. Si le solide n'est pas clairement ***identifié*** et ***délimité***, l'inventaire des forces est compromis. Il faut donc créer mentalement une frontière autour du/des solide(s) isolé(s).

On dresse alors l'inventaire des forces « traversant » cette frontière, depuis l'extérieur vers l'intérieur. Cet inventaire est appelé **bilan des forces extérieures**.

On peut s'aider du *graphe de structure* d'un mécanisme pour isoler un solide, visualiser la frontière d'isolement et compter le nombre de forces qui s'exercent sur ce solide.

II.5. 3 PRINCIPE DES ACTIONS MUTUELLES

Lorsqu'un solide S_1 exerce une action $[\mathcal{A}(\mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2)]$ sur un solide S_2, alors le solide S_2 exerce une action $[\mathcal{A}(\mathcal{S}_2 \rightarrow \mathcal{S}_1)]$ sur S_1, opposée à l'action précédente.

$$[\mathcal{A}(\mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2)] = -[\mathcal{A}(\mathcal{S}_2 \rightarrow \mathcal{S}_1)]$$

Soit un système matériel S constitué de deux sous-systèmes S_1 et S_2 en interaction (en contact)

On définit les actions suivantes :

$[\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S})]$: Action mécanique (ou torseur des forces extérieures) des efforts extérieures s'exerçant par le milieu extérieur sur le solide S,

$[\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S}_1)]$: Action mécanique des efforts extérieures s'exerçant sur le solide $\mathcal{S}_1$ par le milieu extérieur au solide S,,

$[\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S}_2)]$: Action mécanique des efforts extérieures s'exerçant sur le solide $\mathcal{S}_2$ par le milieu extérieur au solide S,

$[\mathcal{A}(\mathcal{S}_2 \rightarrow \mathcal{S}_1)]$: Action mécanique des efforts s'exerçant sur le solide $\mathcal{S}_1$ par le solide $\mathcal{S}_2$,

$[\mathcal{A}(\mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2)]$: Action mécanique des efforts s'exerçant sur le solide $\mathcal{S}_2$ par le solide $\mathcal{S}_1$,

Appliquons en un point quelconque, le principe fondamental de la dynamique respectivement aux solides $\mathcal{S}$, $\mathcal{S}_1$et $\mathcal{S}_2$:

$$[\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S})] = [\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S}_1)] + [\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S}_2)]$$

$$[\mathcal{A}(\rightarrow \mathcal{S}_1)] = [\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S}_1)] + [\mathcal{A}(\mathcal{S}_2 \rightarrow \mathcal{S}_1)]$$

$$[\mathcal{A}(\rightarrow \mathcal{S}_2)] = [\mathcal{A}(ext \rightarrow \mathcal{S}_2)] + [\mathcal{A}(\mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2)]$$

On obtient en faisant la somme que :

$$[\mathcal{A}(\mathcal{S}_2 \rightarrow \mathcal{S}_1)] + [\mathcal{A}(\mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2)] = [0]$$

Ce résultat constitue le principe de l'action et de la réaction : deux solides en contact, l'action mécanique exercée par le solide $\mathcal{S}_1$ sur le solide $\mathcal{S}_2$ est égale à l'opposée de l'action exercée par le solide $\mathcal{S}_2$ sur le solide $\mathcal{S}_1$

III. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE POUR UN SYSTEME MATERIEL DANS UN REPERE NON GALILEEN

Si $\vec{\mathcal{F}}$ est la résultante des forces appliquées au système ponctuel M de masse m dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}$.

Pour un référentiel non galiléen $\mathcal{R}'$ (en mouvement non rectiligne uniforme), la deuxième loi de Newton est encore valable si, à la résultante $\vec{\mathcal{F}}$, sont ajoutées les forces d'inertie (d'entraînement et de Coriolis).

Le mouvement est donc toujours relatif puisque sa description est liée à un système de référence particulier choisi par l'observateur. On peut alors se demander comment peuvent être reliées entre elles des observations faites par des observateurs différents. Si l'expérience quotidienne nous enseigne qu'un objet ne peut avoir la même vitesse par rapport à deux observateurs en mouvement relatif, cette constatation ne s'applique pas à la vitesse de la lumière qui est la même dans n'importe quel référentiel. Ce paradoxe fut résolu en *1905* par *Einstein* qui exposa son principe de relativité :

« toutes les lois de la nature doivent être les mêmes pour tout observateur en mouvement relatif uniforme de translation ». Cette affirmation implique que le temps lui-même n'est plus une grandeur absolu (indépendant du référentiel choisi) mais dépend également du système de référence de l'observateur. En effet, si la vitesse de la lumière est indépendante du référentiel, la vitesse étant définie par le rapport de la distance parcourue au temps mis pour parcourir cette distance, la

Soit un solide $(\mathcal{S})$ en mouvement par rapport à un repère $\mathcal{R}'$ lui-même en mouvement par rapport à un repère galiléen $\mathcal{R}$ fixe. Le principe fondamental de la dynamique dans le repère galiléen $\mathcal{R}$ s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{dt} = m\vec{\gamma}(G/\mathcal{R}) = \iiint\limits_{P\in\mathcal{D}} \vec{\gamma}(P/\mathcal{R})dm$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ext}) = \vec{\delta}_A(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \iiint\limits_{P\in\mathcal{D}} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{\gamma}(P/\mathcal{R})dm$$

D'après la loi de composition des accélérations, on a :

$$\iiint\limits_{P\in\mathcal{D}} \vec{\gamma}(P/\mathcal{R})dm = \iiint\limits_{P\in\mathcal{D}} \left(\vec{\gamma}(P/\mathcal{R}') + \vec{\gamma}(P\in\mathcal{R}'/\mathcal{R}) + \vec{\gamma}_C(P/\mathcal{R})\right)dm$$

$$\underset{\text{Accélération absolue}}{\underset{\uparrow}{\vec{\gamma}(P/\mathcal{R})}} = \underset{\text{Accélération d'entrainement}}{\underset{\uparrow}{\vec{\gamma}_e(P\in\mathcal{R}'/\mathcal{R})}} + \underset{\text{Accélération relative}}{\underset{\uparrow}{\vec{\gamma}_r(P\in\mathcal{S}/\mathcal{R}')}} + \underset{\text{Accélération de Coriolis}}{\underset{\uparrow}{\vec{\gamma}_C(P/\mathcal{R})}}$$

Où $\vec{\gamma}_C(P/\mathcal{R}) = 2\vec{\Omega}_{\mathcal{S}/\mathcal{R}} \wedge \vec{V}(G/\mathcal{R})$

Soit encore :

$$\underbrace{\sum \vec{F}_{ext}}_{Forces\ réelles} \underbrace{\underbrace{- \iiint_{P\in\mathcal{D}} \vec{\gamma}_e(P/\mathcal{R})dm}_{Forces\ d'inertie\ d'entrainement} \underbrace{- \iiint_{P\in\mathcal{D}} \vec{\gamma}_c(P/\mathcal{R})dm}_{Forces\ d'inertie\ de\ Coriolis}}_{Forces\ d'inertie(Fictives)} = \iiint_{P\in\mathcal{D}} \vec{\gamma}_r(P \in \mathcal{S}/\mathcal{R}')dm$$

PRINCIPE DES ACTIONS MUTUELLES

Lorsqu'un solide S_1 exerce une force $\vec{F}_{(S_1 \to S_2)}$ sur un solide S_2, alors le solide S_2 exerce une force $\vec{F}_{(S_2 \to S_1)}$ sur S_1, directement opposée à la force précédente. Il y a équilibre si :

$$\vec{F}_{(S_1 \to S_2)} = -\vec{F}_{(S_2 \to S_1)}$$

La force $\vec{F}_{(S_2 \to S_1)}$est parfois appelée *réaction* de S_2 sur S_1.