Département de Génie Mécanique

UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES FES SAISS

Travaux pratique :

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DU MOMENT D'INERTIE

Objectif

Le but de cette manipulation est de déterminer expérimentalement, à l'aide d'un pendule de torsion, les moments d'inerties de plusieurs solides de différentes géométries. Ceci est réalisé en mesurant les périodes des oscillations de ces solides autours d'un axe de torsion.

Pendule de torsion

Un pendule de torsion est constitué par un fil large (métallique) enroulé dans un même plan autour de son axe de fixation (fig. 1). Il décrit des mouvements oscillatoires d'enroulement et de déroulement autour de cet axe; on parle parfois de "ressort en spirale". Dans cette manipulation on a un ressort spiral fixé sur un axe de rotation, qui est lui même fixé sur un pied en A.

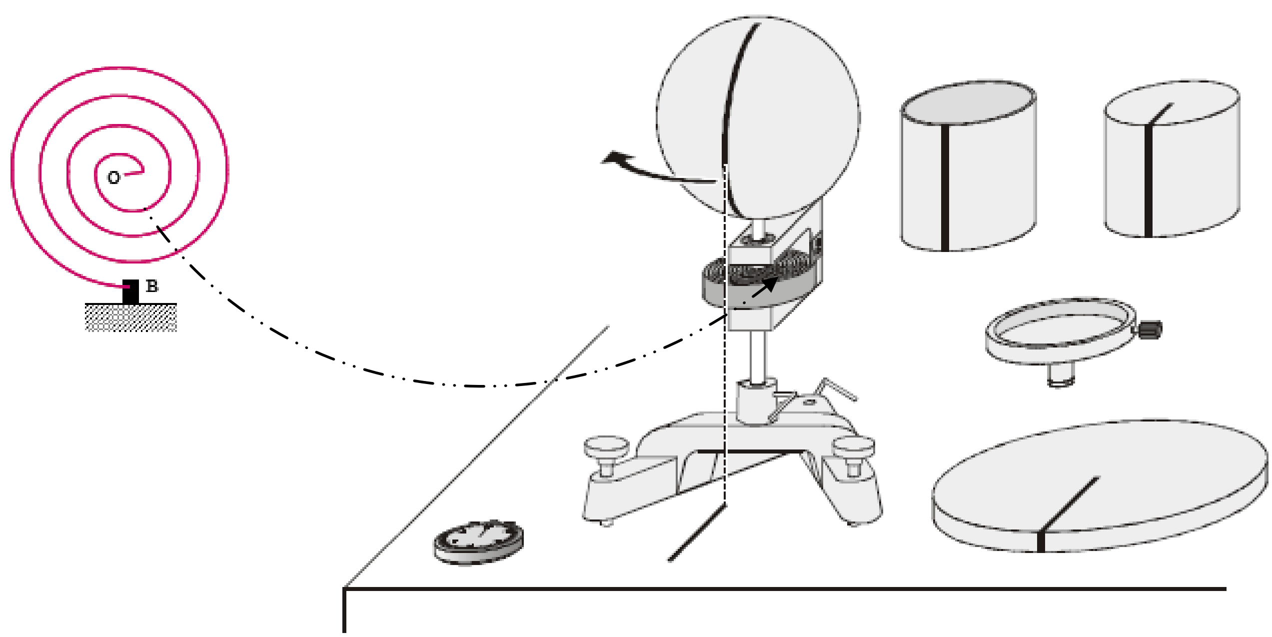

Fig. 1 : dispositif expérimental

Matériels

Pour effectuer cette manipulation vous avez à votre disposition un pendule de torsion et un certain nombre de solides qui peuvent être fixés à l'axe de rotation (fig. 1). Ces solides sont :

a) Une tige métallique de longueur 60 cm et de masse 131 g qui peut être surchargée par deux masselottes de forme cylindrique de 238 g chacune.

b) Un cylindre plein de diamètre et de hauteur 90 mm et de masse 370 g.

c) Un cylindre métallique creux de diamètre extérieur et de hauteur 90 mm, de diamètre intérieur 88 mm et de masse 362 g.

d) Une sphère pleine en bois de diamètre 70 mm et de masse 760 g.

e) Un disque circulaire de rayon 110 mm et de masse 280 g.

g) Un disque métallique avec trous diamétraux, de diamètre 40 cm et de masse 750 g.

Théorie

Dans un référentiel lié à la terre et supposé galiléen, la loi fondamentale de la dynamique de rotation d'un solide autour d'un axe Δ fixe par rapport au solide s'écrit :

$$I_\Delta \ddot{\theta} = M_\Delta\left(\vec{F}_{ext}\right)$$

I_Δ = moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Δ, $\ddot{\theta}$ = accélération angulaire.et $M_\Delta(\vec{F}_{ext})$ = moment des forces extérieures par rapport à Δ .

Le balancier (tige, cylindre, sphère, ...) étant écarté d'un angle θ à partir de sa position d'équilibre (de préférence dans le sens du bobinage spiral). Le ressort est tordu et exerce sur le système un couple de rappel dont le moment par rapport à l'axe Δ est donné par la relation:

$$M_\Delta = -C\theta$$

C est la constante de torsion du ressort.

La première relation s'écrit alors (en négligeant les frottements) :

$$I_\Delta \ddot{\theta} = -C\theta \quad \Rightarrow \quad I_\Delta \ddot{\theta} + C\theta = 0$$

d'où l'équation différentielle du mouvement :

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{I_\Delta}\theta = 0$$

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$\theta = \theta_m \sin(\omega t + \phi)$$

Le mouvement du balancier est donc un mouvement sinusoïdal de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{C}{I_\Delta}}$ et de période :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{C}}$$

Les constances θ_m et ϕ sont déterminées à partir des conditions initiales.

La période est indépendante de l'amplitude on dit qu'il y a isochronisme des oscillations.

Manipulation

1) Calculez le moment d'inertie $I_{\Delta_G}^{tige}$ de la tige à vide.
2) Fixer la tige sur l'axe de rotation et mesurer sa période d'oscillation. En déduire la constante de torsion C du ressort et son incertitude.
3) Placer les différents corps d'essais sur le balancier et mesure leurs moments d'inertie par rapport à l'axe de rotation.
4) Vérifier le théorème d'Hygens à l'aide du disque métallique disposant radicalement de trous comme points de fixation sur l'axe de rotation.